

Spis treści

Wstęp	v
1 Jak można stosować matematykę?	1
1.1 Matematyczne opisy rzeczywistości	1
1.2 Interpretacja opisu	17
1.3 Fizyczne realizacje typów danych	21
1.3.1 Po co o tym wszystkim tak szczegółowo pisać?	29
1.4 Nowe pojęcia	30
1.5 Po co Ci to?	32
1.6 Skrót	32
2 Algorytmy nad (abstrakcyjnym) typem danych	33
2.1 Równości i przypisania	36
2.2 Co to jest algorytm?	39
2.2.1 Nowe pojęcia	44
2.3 Po co Ci to?	45
2.4 Skrót	46
3 Ważne przykłady specyfikacji i ich modeli	49
3.1 Rachunki	50
3.2 Konstrukcje	52
3.2.1 Produkt	54
3.3 Algebry z jedną operacją binarną	57
3.3.1 Rachunki w grupoidach	58
3.3.2 Konstrukcje nad grupoidami	58
3.3.3 Półgrupy	64
3.3.4 Monoidy	73
3.3.5 Półgrupy abelowe	74
3.3.6 Grupy	76
3.4 Algebry o dwóch operacjach binarnych	83

3.4.1	Rachunki w algebrach z dwoma operacjami binarnymi	84
3.4.2	Konstrukcje nad algebrami z dwoma operacjami binarnymi	84
3.4.3	Półpierścienie	85
3.4.4	Pierścienie	95
3.4.5	Pierścienie przemienne i pierścienie z jedynką	97
3.4.6	Ciała	100
3.5	Nowe pojęcia	118
3.6	Po co Ci to?	118
3.7	Skrót	119
4	Wielonośnikowe typy danych	121
4.1	Specyfikacje wielosortowe – przykłady	121
4.2	Po co Ci to?	131
4.3	Przestrzenie liniowe	132
4.3.1	Ważny przykład	133
4.3.2	Układy równań raz jeszcze	134
4.3.3	Rachunki w przestrzeniach liniowych	135
4.3.4	Konstrukcje nad przestrzeniami liniowymi	137
4.3.5	Rząd zbioru wektorów	146
4.3.6	Rząd macierzy	148
154		
4.4	Nowe pojęcia	156
4.5	Po co Ci to?	156
4.6	Skrót	157
5	Iloczyn tensorowe	159
5.1	Przestrzeń liniowa zadana przez bazę	159
5.2	Rozszerzanie operacji określonej na wektorach bazy	160
5.3	Iloczyn tensorowy przestrzeni liniowych	161
5.4	Rachunki z iloczynami tensorowymi	162
5.4.1	Baza uporządkowana przestrzeni liniowej	163
5.4.2	Iloczyn symetryczny i antysymetryczny przestrzeni liniowych	164
5.4.3	Rozszerzenie definicji operacji $\vee^2$ i $\wedge^2$ na wszystkie wektory iloczynu tensorowego $V \otimes V$	165
5.4.4	Rozszerzenie operacji iloczynu symetrycznego i antysymetrycznego na całą k -tą potęgę tensorową $V^{\otimes k}$ przestrzeni liniowej V	168
5.5	Iloczyn skośny i iloczyn symetryczny	170
5.6	Rozwiązywanie równań liniowych jeszcze raz	171

5.7	Nowe pojęcia	176
5.8	Po co Ci to?	176
5.9	Skrót	177
6	Wnioskowanie	179
6.1	Czym jest wnioskowanie?	179
6.2	Graficzna ilustracja wnioskowania	181
6.3	Pojęcie dowodu	189
6.4	Rachunek zdań	190
6.5	Nowe pojęcia	194
6.6	Po co Ci to?	194
6.7	Skrót	195
7	Sieci neuronowe i komputery kwantowe	197
7.1	Sieci neuronowe	197
7.2	Iloczyn skalarny	200
7.3	Komputery kwantowe	204
7.3.1	Maszyna Turinga	206
7.3.2	Teleportacja	221